k) $\qquad u_{yy} = 0;$

l) $\qquad (1 - x^2)\, u_{xx} - 2xy\, u_{xy} + (1 - y^2)\, u_{yy} - 2x u_x - 2y u_y = 0.$

---

Rešenje:

a) Diferencijalna jednačina karakteristika (relacija (3.1.4)) je

$$dy^2 - 3dydx - 4dx^2 = 0,$$

te posle smene $\dfrac{dy}{dx} = -\lambda$ dobijamo kvadratnu jednačinu $\lambda^2 + 3\lambda - 4 = 0$, čija su rešenja $\lambda_1 = 1$, $\lambda_2 = -4$. Pošto je diskriminanta ove jednačine pozitivna, posmatrana PDJ je hiperbolična u celoj x, y ravni.

Dalje imamo jednačine

$$\frac{dy}{dx} = -1 \quad \text{i} \quad \frac{dy}{dx} = 4,$$

sa rešenjima $x + y = c_1$ i $4x - y = c_2$, gde su $c_1$ i $c_2$ proizvoljne konstante.

Na osnovu opšte teorije ([P], str. 48) uvodimo nove promenljive $\xi = x + y$, $\eta = 4x - y$ i novu funkciju $v(\xi, \eta) = u(x, y)$.

Pošto je $\dfrac{\partial(\xi, \eta)}{\partial(x, y)} = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 4 & -1 \end{vmatrix} = -5 \neq 0$, ova transformacija je nesingularna. Na